

Exploration vs. Exploitation

הרעיון המרכזי אותו סקרנו בשיעור הקודם מבוסס על הגישה של אופטימיות תחת אי-וודאות. הגישה אומרת שמכל מצב אנו יכולים להגיע לתוצאות מקסימליות כל עוד לא הוכח אחרת. כמובן שההנחה הנ"ל לא תמיד מתקיימת כי הסוכן המתחרה יכול להציג נתונים שקריים (למשל על ידי בחירות לא רציונאליות) אך יחד עם זאת נוכל להעניש אותו באותה מידה ולכן R_{max} מבצע בייעילות Exploration או Exploitation. כלומר, היריב אמנם יכול למנוע מהאלגוריתם לבצע את אחד הפעולות אך אינו יכול למנוע מהאלגוריתם לבצע את שניהם. כך שלמעשה מדובר כאן בבחירה כמה כדאי לבצע Exploration לפני ביצוע Exploitation וזהו מן Trade-off היכול להקבע בפרמטר או תוך כדי זמן ריצה באופן דינאמי. ניתן לשים לב שלאגוריתם יש מספר פולינומיאלי של פרמטרים ללמוד ובנוסף מספיק לנו מספר פולינומיאלי של דגימות על מנת לקבל הערכת הסתברויות טובה מספיק. לכן, מספר הצעדים של ביצוע ה Exploration חסום וכאשר נגיע לשלב זה נבצע Exploitation. בנוסף מובטח לנו שכאשר אנו מבצעים Exploration ומשתמשים במצבים הידועים מובטח לנו להיות קרובים במידה ϵ -Close לאופטימאליות.

לדוגמא, במקרה הפשוט בו ישנם שני שחקנים, $T=1$ וזהו משחק סכום אפס אזי האלגוריתם בהתחלה יסמן את כל המצבים, לאחר מכן הוא ישחק בכל מצב בדיוק פעם אחת ויסמן אותם כידועים ולבסוף הוא ישחק בצורה אופטימאלית לפי המודל. ניתן לראות שבמקרה זה האלגוריתם משיג תוצאה טובה לפחות כמו של היריב שכן האלגוריתם יוכל להעניש את היריב באותו סכום שהרוויח ולכן היריב לא יכול לשחק יותר טוב מרמת הבטחון של האלגוריתם.

הגדרה:

נניח כי ישנו משחק של 2 שחקנים G , כאשר השחקן הראשון יהיה הסוכן והשחקן השני יהיה הסביבה. נניח ש S הם המצבים ו A הוא סט הפעולות. $U(a,s)$ הוא התשלום מפעולה a במצב s .

נסמן את $R(a,s)$ להיות:

$$R(a,s) = \frac{\max_{a' \in A} u(a',s)}{u(a,s)}$$

זהו בעצם היחס בין הפעולה הטובה ביותר שיכולנו לעשות במצב לעומת מה שבחרנו. במידה והשחקן מכיר את המשחק אך אין לו מושג על המצבים (ואפילו לא התפלגות כלשהי עבורם) אם נבחר פעולה כך ש $a \in \arg \min_{a' \in A} \max_{s \in S} R(a',s)$ נבטיח לעצמנו הפסד יחסי קבוע באופן כזה שיתאים לאסטרטגיה האופטימאלית. פעולה זו נקראת minimal regret action.

טענה 1

נתון משחק G והקבועים $0 < \delta < 1$, $\varepsilon > 0$, אזי קיימת מדיניות T ו- P שלם $T = poly(|G|, \frac{1}{\varepsilon}, \frac{1}{\delta})$ כזה המבטיח שאחרי T איטרציות של משחק G , המדיניות P מבטיחה רווח ממוצע שקרוב עד כדי ε בהשוואה למדיניות האופטימאלית של G עם הסתברות לכשלון של לכל היותר δ .

טענה 2

לא קיימת מדיניות כך שבמצב שבו מתקיים Imperfect Monitoring כלומר, לא רואים את המצבים ההתחלתיים והסוכן רואה אך ורק את התשלומים מכל מצב ולא את המצב הטבעי.

טענה 3

קיימת מדיניות כלשהי כך שה בהנחה שסוכן יכול לבצע 2 פעולות בו-זמנית במקרה של Imperfect Monitoring.

Mechanism Design

משחקי מידע-חסר

קיימים מספר מודלים של אי-וודאות במשחקים. המשחק המוכר הקלאסי הוא משחק שבו פונקציית התועלת של הסוכן היא אינה וודאית או בעלת אינפורמציה חסרה. לדוגמה פונקציית תועלת רנדומאלית ההנחה הבסיסית היא שהסוכן יודע את פונקציית התועלת שלו אך אינו יודע את הפונקציות של שאר הסוכנים.

שיווי משקל במשחקים כאלו יתואר ע"י אסטרטגיה משולבת של הסוכנים בשיווי משקל. כל סוכן מבצע את התגובה הטובה ביותר לכל אחד מהאסטרטגיות של הסוכנים האחרים על ידי התפלגות משולבת של סוגי הסוכנים.

לדוגמה במכרז מחיר שני אסטרטגיה דומיננטית היא להגיד את האמת

הוכחה (סקיצה):

נניח כי מחיר הסוכן (הערך האמיתי) הוא X , ו- Y הוא ההצעה הגבוהה ביותר של כל הסוכנים. כעת ישנן שתי אפשרויות:

אפשרות ראשונה היא ש- $X > Y$ ואז הסוכן זוכה (ומרוויח $X - Y$). במקרה זה כל $X < X'$ עדיין יקבל את אותו אפקט (רווח של $X - Y$). במידה ויהיה ערך אחר $X' < Y$ אזי אין זכיה במוצר ולכן אין טעם לסוכן להציע יותר מהערך האמיתי שלו.

במקרה השני ($X \leq Y$) הסוכן מפסיד את המכרז (או מתחרה שוב בשיוויון) וכל הצעה $X' > Y$ אשר תגרום לזכיה במכרז אך תגרום הפסד לשחקן כיוון ש $Y - X < 0$. במקרה שההצעה אינה זוכה ממילא התשלום הוא 0 ולכן אין טעם לשחקן להציע ערך שונה מהערך האמיתי שלו. מכאן אנו רואים שכל סטייה מהערך האמיתי תגרום בעצם הפסד לשחקן ולכן אסטרטגיה דומיננטית במכרז מסוג זה היא לומר את הערך האמיתי.

מכרזים

מכרז הוא מכניזם כלכלי המהווה שיטה למכירת מוצרים ו/או שירותים. במכרז יכולים להיות מספר משתתפים ומספר זכיות.

תורת המשחקים, שבאמצעותה ניתן לחשב ולנבא תמורות בעולם העסקי, משפיעה רבות גם על עולם המחשבים במגוון דרכים.

לתורת המשחקים שימושים רבים בעולם העסקים, וכיום לפני מכרזים גדולים נוהגים מנכ"לי חברות לשכור שירותי ייעוץ של מתמטיקאים המומחים לחישוב הסיכונים וקביעת אסטרטגיה. מכרזים הם גורם תחרותי המייעל את השוק, אך עד לאחרונה השימוש במכרזים היה נחלתם של חברות גדולות ומרבית האנשים הפרטיים לא השתתפו במכרזים. עם הקמתן של חנויות מקוונות באינטרנט החלו צרכנים פרטיים רבים לעשות שימוש במכרזים, אך רבים מהם לא מבינים כי לקביעת האסטרטגיה יש חשיבות רבה על ההצלחה.

יש צדדים פסיכולוגיים להשתתפות במכרזים שאותם לא מביאים בחשבון, כי כשצד אחד מוכן לנצח בכל מחיר אין לאנשי תורת המשחקים אפשרות לנתח את המצב ביעילות.

סוגי מכרזים:

מכרז מחיר שני

מכרז שבו ההצעה הגבוהה ביותר זוכה, אך הזוכה נדרש לשלם רק את סכום הכסף של ההצעה השנייה בגודלה. במכרז זה כפי שהוראה קודם ישנה אסטרטגיה דומיננטית לתת את המחיר האמיתי.

מכרז אנגלי – יחידה אחת

מכרז אנגלי היה נהוג בבתי מכרזים ברחבי העולם ומקורו באנגליה, שבו המחיר עולה במגבלות זמן קבועות, הקונה האחרון שנשאר בדירה הוא הקונה הסופי.

מכרז אנגלי – מספר יחידות

מכרז זה דומה למכרז אנגלי אך שבמצב זה המתחרים מציעים לרכישה מספר יחידות. כאן הזוכה יכול להבחר על ידי מספר שיטות ביניהם הסכום הגבוה ביותר, הסכום הנדחה הגבוה ביותר וכו'.

מכרז הולנדי

מכרז הולנדי בדרך כלל נהוג במסחר הפרחים ההולנדי. במכרז כזה המחיר המקסימלי נקבע מראש ומרגע שמתחיל המכרז הוא יורד בפרקי זמן קבועים. הראשון מבין הקונים שמסמן על קנייה הוא הזוכה במכרז.

מכרז יפני

במכרז זה המחירים מוצעים בסדר עולה (כאשר בהתחלה כולם משתתפים) ועם הזמן המשתתפים פורשים. האחרון שנשאר מבין כל אלו שפרשו זוכה במחיר שנותר.

מכרז מחיר K

במכרז זה ישנן הצעות, הזוכה הוא זה שהציע את ההצעה הגבוהה ביותר אך מקבל את המוצר במחיר ההצעה ה-Kית.

מכרזים שקולים:

הולנדי = מכרז מחיר 1
האינטואיציה כאן היא שהמשתתף במכרז הולנדי ובמכרז מחיר ראשון נמצא באותה משוואה של באיזה מחיר אני אהיה מוכן לקנות, בנוסף לא כלכך משנה מאיזה כיוון אנחנו מתקרבים למחיר, מלמטה או למטה.

אנגלי = יפני
כאן לא משנה האם המוכר הוא זה שמעלה את המחירים או הסוכן.

אנגלי = מכרז מחיר שני
כאן הרעיון הוא שבמכרז אנגלי ממילא ההצעה היא יותר נמוכה מהערך של המשתמש והזוכה במכרז אנגלי הוא בעצם בדיוק בנקודה בה המדורג השני פורש והמחיר יהיה בקצת יותר גבוה מהמחיר של המדורג השני בדיוק במכרז מחיר שני.

במכרזים גדולים קשה מאד לחשב משחקים. לעתים גם כוח המחשוב אינו מספיק ואפילו אין תיאוריה מתאימה, אך לכל החברות הגדולות במשק יש יועצים בתחום. בקרב הציבור הכללי המודעות נמוכה בהרבה, ולמרות שרבים נחשפו לשם תורת המשחקים מהסרט נפלאות התבונה ויש לתחום יישומים רבים המשפיעים על החיים - רוב האוכלוסיה לא מודעת להשפעותיו הישירות על הצרכן הקטן.